

$$\frac{dy}{dt} = y r V_{max} \left(\frac{n}{k_n + n} \right) \left(\frac{c}{k_c + c} \right) - qy$$

$$\textcircled{3} \quad 0 = y r V_{max} \left(\frac{n}{k_n + n} \right) \left(\frac{c}{k_c + c} \right) - qy$$

$$+ qy \qquad \qquad \qquad + qy$$
$$qy = y r V_{max} \left(\frac{n}{k_n + n} \right) \left(\frac{c}{k_c + c} \right)$$
$$q = r V_{max} \left(\frac{n}{k_n + n} \right) \left(\frac{c}{k_c + c} \right)$$

$$\textcircled{2} \quad 0 = q u_c - q n - y V_{max} \left(\frac{n}{k_n + n} \right) \left(\frac{c}{k_c + c} \right)$$

$$0 = \left[r V_{max} \left(\frac{c}{k_c + c} \right) u_c \right] - \left[r V_{max} \left(\frac{c}{k_n + k_c + c} \right) n \right] - y V_{max} \left(\frac{n}{k_n + n} \right) \left(\frac{c}{k_c + c} \right)$$
$$\left[r V_{max} \left(\frac{nc}{k_n k_c + k_n c + k_n + n c} \right) u_c \right] - \left[r V_{max} \left(\frac{nc}{k_n k_c + k_n c + k_n + n c} \right) n \right] - y V_{max} \left(\frac{nc}{k_n k_c + k_n c + k_n + n c} \right)$$

$$\left[r V_{max} \left(\frac{nc}{k_n k_c + k_n c + k_n + n c} \right) \right] - \left[r V_{max} \left(\frac{nc}{k_n k_c + k_n c + k_n + n c} \right) \right] - y V_{max} \left(\frac{nc}{k_n k_c + k_n c + k_n + n c} \right)$$

$$\left(\frac{k_n k_c + k_n c + k_n + n c}{nc} \right) y V_{max} \left(\frac{nc}{k_n k_c + k_n c + k_n + n c} \right) = \left[r V_{max} \left(\frac{nc}{k_n k_c + k_n c + k_n + n c} \right) \right] - \left[r V_{max} \left(\frac{nc}{k_n k_c + k_n c + k_n + n c} \right) \right]$$

$$\frac{y V_{max}}{V_{max}} = \frac{r V_{max} u_c}{V_{max}} - \frac{r V_{max} n}{V_{max}}$$

$$y = r u_c - r n$$